

Домашнее задание № 3

Задачи 1 – 4 сдаются письменно.

Задача 1. Найдите и выведите индукцией и без нее явные формулы для сумм

а) $\frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{1}{3 \cdot 4 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{(n-1)n(n+1)}$;

б) $1^2 + 3^2 + 5^2 + 7^2 + \dots + (2n-1)^2$.

Задача 2. Докажите, что $2^{5n-2} + 5^{n-1} \cdot 3^{n+1}$ делится на 17 при любом натуральном n .Задача 3. Число $x + \frac{1}{x}$ — целое. Покажите, что $x^n + \frac{1}{x^n}$ — тоже целое при любом натуральном n .

Задача 4. Покажите, что каждое натуральное число можно представить в виде суммы попарно различных степеней двойки.

Задача 5. Покажите, что n -тый член последовательности u_n с $u_1 = 2$, $u_2 = 3$ и $u_n = 3u_{n-1} - 2u_{n-2}$ при $n > 2$ имеет вид $u_n = 2^{n-1} + 1$.