лекция 5 ноября (вторая половина)

Матрица $\begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix}$ обратима $\Leftrightarrow$ $\Delta = \alpha\delta - \beta\gamma \neq 0$ и в этом случае

$$\begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{\Delta}\begin{pmatrix} \delta & -\beta \\ -\gamma & \alpha \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} u \\ w \end{pmatrix} \longmapsto \begin{pmatrix} u' \\ w' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u \\ w \end{pmatrix}$$

обобщённое преобразование Гаусса

Элементарные преобразования строк матрицы:

(1) $\begin{pmatrix} u \\ w \end{pmatrix} \longmapsto \begin{pmatrix} u \\ w+\lambda u \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u' \\ w' \end{pmatrix}$

$u = u'$
$w = w' - \lambda u'$

к строке прибавить другую строку, умнож. на λ

(2) $\begin{pmatrix} u \\ w \end{pmatrix} \longmapsto \begin{pmatrix} u' \\ w' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} w \\ u \end{pmatrix}$

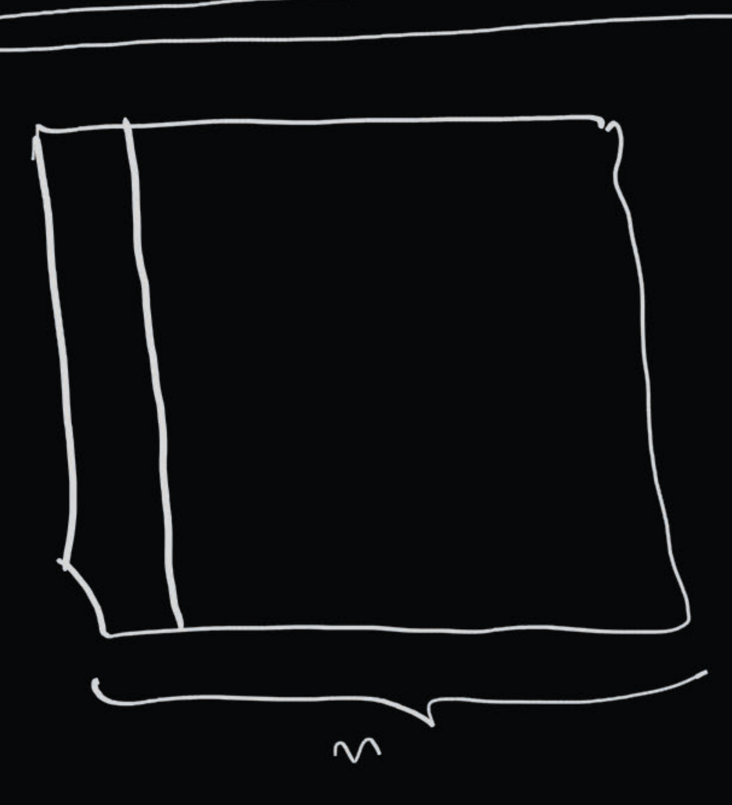
поменять две строки местами.

(3) $u \longrightarrow \lambda u$, $\lambda \neq 0$

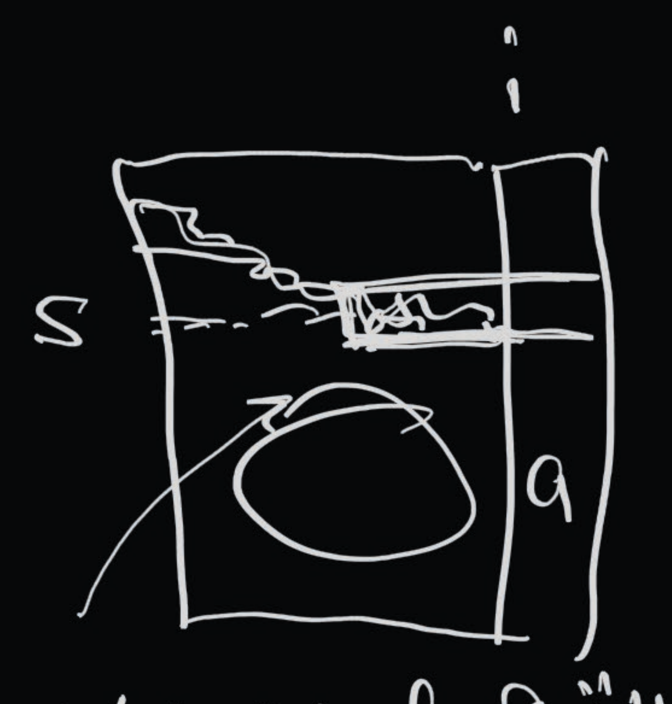
умножить строку на $\neq 0$ число.

<u>Теорема</u>: Этими элементарными преобразованиями любую матрицу A можно превратить в приведённую ступенчатую матрицу A_{red}.

При этом $\mathrm{rk}\, A = \mathrm{rk}\, A_{red}$, а строки матрицы A_{red} будут базисом в линейной оболочке строк матрицы A.



Будет n больших шагов — по числу столбцов.



уже приведённая ступенчатая

Пусть перед i-тым шагом матрица имеет вид: слева от i-того столбца стоит приведённая ступенчатая матрица у S строк ($S \leq i-1$)

При $i=1$ это ничего не означает и $s=0$.

Если в i-том столбце ниже s-той строки все нули переходим к $s+1$-му шагу

Если ниже s-той строки (в i-том столбце) стоит $a \neq 0$: (1) умножаем эту строку на a^{-1}

(2) меняем её местами с $(s+1)$-строчкой

(3) Зануляем все элементы i-того столбца вне $(s+1)$-й строки, добавляя по всем строкам подходящие кратности $(s+1)$-й строки

$$\begin{array}{c} j_1 \ \ldots \ j_r \\ \begin{pmatrix} 1 & & \\ & \ddots & \\ 0 & & 1 \end{pmatrix} \end{array} \qquad \begin{pmatrix} \lambda_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \lambda_r \end{pmatrix}$$

$$\mathrm{span}(u_1, \ldots, u_m) = \langle u_1, \ldots, u_m \rangle$$

Довольно употребительное обозначение.

$f \longmapsto fx$ оп на $Q(x)/((x-2)^4)$