Группа движений евклидовой плоскости.

Всюду в этом листке речь идёт про евклидову плоскость. Согласно теореме Шаля, каждое движение евклидовой плоскости является сдвигом, поворотом или скользящей симметрией. Всюду ниже слова «опишите движение» предполагают в каждом из этих случаев явное указание вектора сдвига, центра и угла поворота или оси симметрии и вектора сдвига соответственно.

ГЛ2◇1. Может ли фигура иметь ровно два центра симметрии?

ГЛ2◇2. Верно ли, что центральная симметрия относительно точки s коммутирует с отражением относительно прямой ℓ если и только если $s \in \ell$?

ГЛ2◇3. Покажите, что следующие три свойства прямых ℓ_1, ℓ_2, ℓ_3 эквивалентны:
- **а)** композиция отражений $\sigma_{\ell_1} \circ \sigma_{\ell_2} \circ \sigma_{\ell_3}$ является отражением
- **б)** $\sigma_{\ell_1} \circ \sigma_{\ell_2} \circ \sigma_{\ell_3} = \sigma_{\ell_3} \circ \sigma_{\ell_2} \circ \sigma_{\ell_1}$
- **в)** прямые ℓ_1, ℓ_2, ℓ_3 пересекаются в одной точке или параллельны.

ГЛ2◇4. Опишите композицию данного отражения с данным **а)** сдвигом **б)** поворотом в терминах оси этого отражения и заданного в (а) вектора сдвига или заданных в (б) центра и угла поворота. Перечислите все случаи, когда рассматриваемая композиция является отражением.

ГЛ2◇5. Выясните, когда композиция двух **а)** поворотов **б)** скользящих симметрий является поворотом, а когда — сдвигом. В каждом из случаев явно опишите центр и угол получающегося поворота или вектор получающегося сдвига в терминах центров и углов исходных поворотов в (а) или осей и векторов сдвигов в (б).

ГЛ2◇6. Опишите композицию отражений плоскости относительно последовательно перебираемых против часовой стрелки
- **а)** срединных перпендикуляров к сторонам данного треугольника
- **б)** биссектрис углов данного треугольника
- **в)** сторон данного квадрата.

ГЛ2◇7. Обозначим чрез φ композицию трёх отражений плоскости относительно последовательно перебираемых против часовой стрелки сторон данного треугольника. Найдите ГМТ x с минимальным расстоянием $|x - \varphi(x)|$.

ГЛ2◇8. На евклидовой плоскости нарисованы две параллельные прямые ℓ_1, ℓ_2 и две точки p_1, p_2, лежащие по разные стороны от заключённой между ℓ_1 и ℓ_2 полосы. Постройте такие точки $x_1 \in \ell_1$ и $x_2 \in \ell_2$, что прямая $(x_1 x_2)$ параллельна некоторой заданной прямой ℓ и
- **а)** $|p_1 x_1| = |p_2 x_2|$
- **б)** $(p_1 x_1) \perp (p_2 x_2)$
- **в)** сумма расстояний $|p_1 - x_1| + |x_1 - x_2| + |x_2 - p_2|$ минимальна.

ГЛ2◇9. Циркулем и линейкой постройте равносторонний треугольник с вершинами на трёх заданных параллельных прямых.

Персональный табель ____. **Листок № 2 (17.09.2020)**

(напишите свои имя, отчество и фамилию)

№	дата	кто принял	подпись
1			
2			
3			
4а			
б			
5а			
б			
6а			
б			
в			
7			
8а			
б			
в			
9			